BLOQUE I :ARITMÉTICA Y ÁLGEBRA

NÚMEROS REALES

1) ¿Qué errores absoluto y relativo se cometen al elegir como valor de 1/11 la expresión decimal 0,09?.

2) Si tomas como valor de $\sqrt{11}$ la aproximación 3,316, ¿qué errores absoluto y relativo has cometido?.

3) Encuentra aproximaciones sucesivas de $\sqrt{7}$, de forma que en la primera el error absoluto cometido sea menor que una décima y en la última sea menor que una centésima.

4) Calcula el valor de "x" en las siguientes expresiones:

a) $\log_2 \frac{1}{16} = x$; b) $\log_x 125 = 3$; c) $\log_3 x = 4$

5) Sabiendo que log a = 3 y log b = 5. Calcula:

a) $\log a \cdot b$ b) $\log a/b$ c) $\log a^b$ d) $\log \sqrt{a}$ e) $\log_a b$ f) $\log \sqrt{\frac{a^2 \cdot b^3}{100}}$

6) Define mediante conjuntos y representa :

a) $E^*\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ b) $\left[-1, \frac{5}{2}\right)$ c) $E^*\left(-\frac{1}{2}, 3\right)$ d) $E^-\left(-\sqrt{2}, 2\sqrt{2}\right)$

7) Representa mediante un intervalo los puntos x tales que:

a) $0 < x + 8 < 4$ b) $0 < \frac{x}{2} \leq 3$ c) $1 \leq 2x < \infty$ d) $-\infty < \frac{x+3}{2} < \infty$

8) Indica si los conjuntos del ejercicio anterior están acotados y halla cuando existan, el ínfimo, el supremo, sus máximos y mínimos.

ECUACIONES - SISTEMAS - INECUACIONES

9) Resuelve por el método de Gauss los siguientes sistemas:

a) $\left.\begin{aligned} x + 3y - 2z &= 4 \\ 2x + 2y + z &= 3 \\ 3x + 2y + z &= 5 \end{aligned}\right\}$ b) $\left.\begin{aligned} 3x + 2y - z &= 3 \\ x + y - 2z &= -5 \\ 2x + y + 3z &= 16 \end{aligned}\right\}$ c) $\left.\begin{aligned} x - 2y - 3z &= 3 \\ 2x - y - 4z &= 7 \\ 3x - 3y - 5z &= 8 \end{aligned}\right\}$

10) Se dispone de un recipiente de 24 l. de capacidad y de tres medidas a,b y c. Se sabe que el volumen de a es el doble que el de b, que las tres medidas llenan el depósito y que las dos primeras lo llenan hasta la mitad. ¿Qué capacidad tiene cada medida?.

11) Hallar un número de tres cifras , sabiendo que suman 9, que si al número buscado se le resta el que resulta de invertir el orden de sus cifras, la diferencia es 198; y que además la cifra de las decenas es media aritmética de las otras dos.

12) Una madre y sus dos hijos tienen en total 60 años; el hijo mayor tiene tres veces la edad del menor, y la madre tiene el doble de la suma de las edades de sus hijos. Calcula las edades de cada uno de ellos.

13) Los perímetros de las caras de un ortoedro son 54, 80 y 98 cm. respectivamente, calcula el área total y el volumen.

14) Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

a) $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} = 480$ b) $2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} + 2^{x-4} = 960$

c) $5^{2x} - 30 \cdot 5^x + 125 = 0$ d) $5^{2x} - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$

e) $3^{2x+2} - 28 \cdot 3^x + 3 = 0$ f) $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$

15) Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

a) $\log x + \log 50 = \log 100$ b) $\log x = 1 + \log (22-x)$
c) $2\log x - \log(x-16) = 2$ d) $\log x^3 = \log 6 + 2\log x$
e) $3\log x - \log 30 = \log (x^2/5)$ f) $\log 5x + \log x^2 = \log (x^4/2)$

16) Resuelve los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} x - y = 21 \\ \log x + \log y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2^x + 3^y = 7 \\ 2^{x+1} - 3^{y+1} = -1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} \log x + \log y = 2 + 2\log 2 \\ \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \log x + \log y = 3 \\ 2\log x - 2\log y = -1 \end{cases}$ e) $\begin{cases} \log x + 3\log y = 5 \\ \log \dfrac{x^2}{y} = 3 \end{cases}$ f) $\begin{cases} \log(x \cdot y) = 5 \\ \log \dfrac{x}{y} = 1 \end{cases}$

17) Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $\dfrac{2x-4}{3} + \dfrac{3x+1}{3} < \dfrac{2x-5}{12}$ b) $\dfrac{x}{2} + \dfrac{x+1}{7} - x + 2 < 0$

c) $(x-1)^2 - (x+2)^2 + 3x^2 \leq -7x + 1$ d) $\dfrac{x+3}{x+1} \geq 2$ e) $\dfrac{x^2 + 8x + 12}{x^2 - 10x + 25} \geq 0$

f) $\dfrac{x(x-3)}{(x+1)(x+2)} \geq 0$

ACTIVIDADES DE PROBABILIDAD

1) Se lanzan al aire dos dados y se consideran los siguientes sucesos:

A = "obtener dos números pares" B = "obtener suma mayor de 9"

Halla:

a) $A \cup B$ b) $A \cap B$ c) $A - B$ d) $B - A$

2) Extraemos una carta de una baraja española. Halla las siguientes probabilidades:

a) Que sea un rey o un as.

b) Que sea un rey o una copa.

c) Que sea un rey y una copa.

3) En la prensa aparece esta noticia: " En la ciudad, el 55% de sus habitantes es mayor de 30 años, el 45% está casado y el 60% está casado o es mayor de 30 años".

Calcula la probabilidad de estos sucesos:

a) Ser mayor de 30 años y estar casado.

b) No estar casado.

4) Sean A y B dos sucesos y $\overline{A}$ y $\overline{B}$ sus contrarios. Si se verifica que:

$P(\overline{B}) = \frac{2}{3}$ $\qquad$ $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ $\qquad$ $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$

Halla: a) $P(A)$ b) $P(B)$ c) $P(\overline{A} \cap B)$ d) $P(A/B)$

5) Se tienen los sucesos A y B tales que:

$P(A) = 0{,}7$ $\quad$ $P(B) = 0{,}6$ $\quad$ $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0{,}58$. ¿Son independientes A y B?

6) En una clase hay 18 chicos y 20 chicas, de los que $\frac{1}{3}$ de los chicos y la mitad de las chicas tienen el pelo negro.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir un alumno al azar sea chico o tenga el pelo negro?

b) Si el alumno elegido tiene el pelo negro, ¿cuál es la probabilidad de que no sea chico?

7) En una clase infantil hay 6 niñas y 10 niños. Si se escoge a 3 alumnos al azar, halla la probabilidad de:

a) Seleccionar 3 niños.

b) Seleccionar 2 niños y una niña.

c) Seleccionar, al menos, un niño.

8) En un IES, hay organizadas actividades extraescolares de carácter deportivo. De los alumnos de 2º de Bachillerato, participan en esas actividades 14 chicas y 22 chicos. En ese curso hay un total de 51 chicos y 44 chicas. Si se escoge un alumno al azar, calcula la probabilidad de que:

a) Sea chico y no participe en dichas actividades.

b) Participe en las actividades sabiendo que es chica.

c) Sea chica, sabiendo que participa.

9) En una bombonera hay 20 bombones rellenos de fresa y 35 rellenos de avellana. Si se extraen dos bombones, ¿cuál es la probabilidad de que ambos sean del mismo sabor?

10) En una urna A hay 3 bolas marcadas con números positivos y 8 bolas con números negativos. En otra urna B hay 6 bolas marcadas con números positivos y 5 bolas con números negativos. Se lanza una moneda. Si se obtiene cara, se extraerá una bola de A, y si se obtiene cruz, se extraerá de B. ¿Cuál es la probabilidad de que el número de la bola extraída sea negativo?

11) Al Congreso europeo asisten 60 hombres y 50 mujeres. El 50% de los hombres son del partido A y el resto del partido B; en cambio, el 60% de las mujeres son del partido B, el resto son del partido A. Eligiendo una persona al azar que asiste al Congreso, ¿cuál es la probabilidad de que no sea del partido A?

BLOQUE III :FUNCIONES

TEMA 1: FUNCIONES

Idea intuitiva de función. Dominios.
RECUERDA: Dominio de una función, f, es el conjunto de los valores reales que puede tomar la variable independiente, x , para que exista la función. (Para que la variable dependiente, y , tome un valor real).
Para calcular el dominio de una función, debes saber que operaciones no estan definidas:

- la división por cero
- las raíces cuadradas de números negativos
- el logaritmo de cero y los logaritmos de números negativos

1.- Indica si las siguientes funciones son polinómicas, racionales, irracionales, logarítmicas o exponenciales y determina su Dominio:

a) $f(x) = x$ b) $f(x) = x^2$ c) $f(x) = x^2 + 3x - 32$ d) $f(x) = x^5 - 3x$

e) $f(x) = \frac{1}{x}$ f) $f(x) = \frac{2x+2}{x^2-5}$ g) $f(x) = \frac{2x-5}{5x^2-3x}$ h) $f(x) = \frac{x}{6x^3 + x^2 - 2x}$

i) $f(x) = \sqrt{2x+7}$ j) $f(x) = \sqrt{5-x}$ k) $f(x) = \sqrt{\frac{x+7}{4-x}}$ l) $f(x) = \sqrt{\frac{x-3}{-x}}$

ll) $f(x) = \log x$ m) $f(x) = 2^x$ n) $f(x) = e^x$ o) $f(x) = \sqrt{-x^2 + 36}$

2.-Dadas las siguientes funciones, efectúa las siguientes operaciones:
f+g, f/g, f o g y g o f e indica su dominio:

a) $f(x) = \ln x$ y $g(x) = x^2$
b) $f(x) = \sqrt{x}$ y $g(x) = x-8$
c) $f(x) = x^2 + x$ y $g(x) = x + 2$

TEMA 2 LIMITE DE UNA FUNCIÓN

5.- Calcula los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{(3x^3+2)^2}{2x^3}$ b) $\lim\limits_{x\to1} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1}$ c) $\lim\limits_{x\to-2} \frac{x^2+2x}{x^2-4}$

d) $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{9x+7}-3x)$ e) $\lim\limits_{x\to2} \frac{x^2-x-2}{3x^2-5x-2}$ f) $\lim\limits_{x\to0} \frac{2-\sqrt{x+4}}{3-\sqrt{x+9}}$

g) $\lim\limits_{x\to-\infty}(-x^2+x)^3$ h) $\lim\limits_{x\to2} \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{3}}{x-2}$ i) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{(2x+1)^2}{(3x+5)^2}$

j) $\lim\limits_{x\to2} \frac{x^2+x-6}{x^2-4x+4}$ k) $\lim\limits_{x\to3} \frac{x^2-3x}{2x^2-18}$ l) $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+7}-\sqrt{x})$

m) $\lim\limits_{x\to2} \frac{\sqrt{5}-\sqrt{x+3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3x+1}}$ n) $\lim\limits_{x\to3} \frac{\sqrt{3x}-\sqrt{2x+3}}{x^2-8x+15}$ o) $\lim\limits_{x\to-1} \frac{3x+3}{x^3+3x^2+3x+1}$

6.- Determina las asíntotas verticales y horizontales de las siguientes funciones y estudia el acercamiento de la función a las mismas:

a) $f(x) = \frac{6}{x-1}$ b) $f(x) = \frac{x+3}{x^2+1}$ c) $f(x) = \frac{2x+1}{x+5}$

d) $f(x) = \frac{x^2-9}{x^2-6x+9}$ e) $f(x) = \frac{7}{2x^2-8}$ f) $f(x) = \frac{4x+3}{6x-12}$

7) Calcular los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{2n}\right)^{2n}$ **b)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{3n}\right)^{3n}$ **c)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{3x}\right)^{2x}$ **d)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{5x+1}{5x}\right)^{2x}$ **e)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n-1}{n}\right)^{2n}$

1.- Estudia la continuidad de las siguientes funciones, indicando los tipos de discontinuidad, si los hay:

$$a)\quad f(x)=\begin{cases} 2x+1 & si \quad x<0 \\ x+5 & si \quad x=0 \\ 1-x & si \quad x>0 \end{cases} \qquad d)\quad f(x)=\begin{cases} -7-5x & si \quad x<-3 \\ x^2-1 & si \quad -3\le x\le 2 \\ 3 & si \quad x>4 \end{cases}$$

$$b)\quad f(x)=\begin{cases} x+2 & si \quad x<3 \\ x & si \quad x\ge 3 \end{cases} \qquad e)\quad f(x)=\begin{cases} x^2-2x+1 & si \quad x<3 \\ 3x-5 & si \quad x\ge 3 \end{cases}$$

$$c)\quad f(x)=\begin{cases} x^2-4 & si \quad x<-3 \\ 1-2x & si \quad x\ge -3 \end{cases} \qquad f)\quad f(x)=\begin{cases} x^2+1 & si \quad x\le 1 \\ \dfrac{1}{x-1} & si \quad x>1 \end{cases}$$

2.- Determina los valores de a y b para que las siguientes funciones sean continuas en los puntos indicados:

$$a)\quad f(x)=\begin{cases} ax+2 & si \quad x<1 \\ 5 & si \quad x=1 \\ b-x & si \quad x>1 \end{cases} \qquad b)\quad f(x)=\begin{cases} 2x+a & si \quad x<-2 \\ bx+5 & si \quad x=-2 \\ 1-x & si \quad x>-2 \end{cases}$$

CÁLCULO DE DERIVADAS

56) $y = \operatorname{sen} 3x$ 57) $y = 4\cos 5x$ 58) $y = \operatorname{sen} 2x^2$ 59) $y = \operatorname{tg} x^3$

60) $y = \operatorname{tg}^3 x$ 61) $y = \sqrt[3]{2x^2-3}$ 62) $y = 6\operatorname{sen}^2(2x+1)$ 63) $y = \operatorname{sen}^4(5x-2)$

64) $y = \sqrt{2x^2+7}$ 65) $y = L(2x+3)$ 66) $y = \cos^3 5x$ 67) $y = \cos^3 L(2x+3)$

68) $y = Le^x$ 69) $y = \cos(\operatorname{sen}(2x))$ 70) $y = \sqrt{\operatorname{sen} 3x + (2x+1)^3}$ 71) $y = \left(4x^2-5x+1\right)^3$

72) $y = \sqrt{3x^2-5x+1}$ 73) $y = \operatorname{sen} L(3x+5)$ 74) $y = L\operatorname{sen}(2x+1)$ 75) $y = \operatorname{tg}^2\left(\operatorname{sen} e^x\right)$

76) $y = \operatorname{tg}\left[2x - L(x+3)^2\right]$ 77) $y = \dfrac{(2x+1)^3}{\sqrt{4x-3}}$ 78) $y = L\dfrac{(2x+1)^3}{\sqrt{4x-3}}$ 79) $y = \sqrt{\operatorname{sen}\left(\sqrt{\operatorname{sen} x}\right)}$

80) $y = \cos\operatorname{tg}\sqrt{Lx}$

Representa gráficamente las siguientes funciones estudiando previamente el dominio, puntos de corte con los ejes, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento (máximos y mínimos), intervalos de concavidad y convexidad (puntos de inflexión):

3) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ 4) $f(x) = x^4 - 2x^2 - 3$

5) $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 1$ 6) $f(x) = x^4 - 4x^2$

7) $f(x) = x^3 - x$ 8) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

9) $f(x) = \dfrac{x}{x^2+10x+25}$ 10) $f(x) = \dfrac{x}{1+x^2}$ 11) $f(x) = \dfrac{x}{x^2+5x+4}$

12) $f(x) = \dfrac{x+2}{x^2-6x+5}$ 13) $f(x) = \dfrac{1}{x+1}$ 14) $f(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$

15) $f(x) = \dfrac{1}{1-x^2}$ 16) $f(x) = \dfrac{1}{(x-1)^2}$ 17) $f(x) = \dfrac{x}{1+x}$

18) $f(x) = \dfrac{x}{x^2-16}$ 19) $f(x) = \dfrac{x}{1-x^2}$ 20) $f(x) = \dfrac{1}{x^2-3x+2}$